

Albrecht Beutelspachers Knobelaufgabe der Woche #10

Möglichst wenig Gewichtssteine

Wie viele Gewichtssteine braucht man, um jedes Gewicht von 1 Gramm bis 200 Gramm auf einer Balkenwaage wiegen zu können?

Tipp: Wie viele Steine brauchen Sie, wenn die Steine die üblichen Gewichte 1, 5, 10, 50, 100 Gramm haben?

Sie dürfen sich aber Gewichtssteine wünschen, also zum Beispiel 1, 2, 4, 8, ... Gramm. Es geht aber noch besser...

Antwort:

Man braucht 6 Steine mit den Gewichten 1, 3, 9, 27, 81, 243 Gramm. Die Zahlen sind die Potenzen von 3: $1 = 3^0$, $3 = 3^1$, $9 = 3^2$, $27 = 3^3$, $81 = 3^4$, $243 = 3^5$.

Erklärung:

Wir stellen uns vor, dass auf der Balkenwaage links das Objekt steht, das gewogen werden soll. Üblicherweise legt man die Gewichtssteine auf die rechte Waagschale. Der Trick ist nun, Gewichtssteine auch auf die linke Seite zu geben.

So kann man zum Beispiel 2 Gramm abwiegen: das 3 Gramm-Stück auf die rechte, das 1 Gramm-Stück auf die linke Seite.

Wie wiegt man 7 Gramm ab: Das 9 Gramm-Stück und das 1 Gramm-Stück auf die rechte Seite, das 3 Gramm-Stück auf die linke Seite ($7 = 9 + 1 - 3$).

Entsprechend gelten: $100 = 81 + 27 + 1 - 9$, $128 = 243 + 3 - 81 - 27 - 9$, $200 = 243 + 27 + 9 + 3 - 81 - 1$.