IL PROGETTO

Lifelong Learning Programme

MiMa

Mathematics in the Making

MiMa – Mathematics in the Making

Con il supporto del Programma Apprendimento Permanente dell'Unione europea Progetto n. 539872 - LLP - 1 - 2013 - 1 - IT - COMENIUS – CMP Agreement n. 2013 - 3073 / 001 – 001

Il presente progetto è finanziato con il sostegno della Commissione europea. Gli autori sono i soli responsabili di questa pubblicazione e la Commissione declina ogni responsabilità sull'uso che potrà essere fatto delle informazioni in essa contenute.

Titolo
MiMa - Mathematics in the Making – Il Progetto

Autori
Gill Adams, Sheffield Hallam University, England
Colin Jackson, Sheffield Hallam University, England
Hilary Povey, Sheffield Hallam University, England

Albrecht Beutelspacher, Mathematikum Giessen, Germany
Carola Kahlen, Mathematikum Giessen, Germany
Rosina Weber, Mathematikum Giessen, Germany

Holló-Szabó Ferenc, ELTE, Hungary
Munkácsy Katalin, ELTE, Hungary
Vásárhelyi Éva, ELTE, Hungary
Wintsche Gergely, ELTE, Hungary

Emanuela Ughi, Università degli Studi di Perugia, Italy

Susana Baptista, Universidade Nova de Lisboa, Portugal
Gracinda Rita Guerreiro, Universidade Nova de Lisboa, Portugal
Nelson Chibeles Martins, Universidade Nova de Lisboa, Portugal
Fátima Rodrigues, Universidade Nova de Lisboa, Portugal
Maria do Céu Soares, Universidade Nova de Lisboa, Portugal

Prefazione di P3 Poliedra Progetti in Partenariato

ISBN 978-88-99583-00-2

Pubblicato da Università degli Studi di Perugia – Dipartimento di Matematica e Informatica
Impaginato da Dimensione Grafica - Spello (Pg)
Stampato da Dimensione Grafica - Spello (Pg)

Indice

Prefazione ..... pag. 3

Introduzione: Il progetto *MiMa* ..... pag. 5

Capitolo 1: Perché *MiMa*? ..... pag. 11

Capitolo 2: Organizzazione della educazione matematica primaria nei paesi dei partner *MiMa* ..... pag. 17

Capitolo 3: I laboratori *MiMa* ..... pag. 25

Capitolo 4: Le esposizioni *MiMa* ..... pag. 29

Capitolo 5: Sviluppi futuri ..... pag. 35

Capitolo 6: I partner *MiMa* ..... pag. 37

Prefazione

L'Unione europea (UE) svolge un ruolo chiave nel supportare ed integrare il lavoro svolto dai paesi membri nel settore dell'istruzione e formazione al fine di migliorare e modernizzare i sistemi dei diversi stati. Pur rispettando la diversità delle norme e delle priorità nazionali, l'UE incoraggia la collaborazione tra gli stati membri, mettendo a disposizione ingenti risorse per la messa a punto, tra l'altro, di nuovi corsi di studio, materiali, pratiche e metodi didattici innovativi, allo scopo di migliorare i contesti di apprendimento.

La collaborazione a livello europeo consente ai paesi di lavorare insieme ed imparare gli uni dagli altri attraverso lo scambio di buone pratiche e lo sviluppo di una varietà di innovazioni che accrescono la dimensione europea nel campo dell'istruzione e formazione. Oltre a contribuire alla soluzione di importanti problemi di natura sociale, economica e ambientale, i progetti europei rafforzano il senso di identità europea e promuovono i valori di cittadinanza europea tra tutti i cittadini coinvolti, supportando così la creazione di una vera coesione sociale e culturale europea.

In tale contesto, si inserisce l'esperienza MiMa che, grazie al finanziamento del Programma Apprendimento Permanente - Comenius Multilaterale, intende contribuire, attraverso riflessioni teoriche e prodotti concreti, al processo di miglioramento della qualità dell'insegnamento e dell'apprendimento in classe, relativamente ad un argomento specifico, sensibile e complesso quale quello della matematica.

La presente pubblicazione rappresenta una sintesi del lavoro svolto dal partenariato MiMa nei due anni di attività del progetto e raccoglie i contributi dei diversi partner del progetto stesso. Dopo una breve introduzione e la presentazione delle principali fasi del progetto, si approfondisce la metodologia MiMa e i concetti che ne sono alla base. Segue un breve descrizione dei sistemi educativi nei cinque paesi partner. La metodologia MiMa, i corsi di aggiornamento per insegnanti e i materiali per l'apprendimento sono stati sperimentati in ognuno dei paesi partner. Due capitoli importanti riportano i risultati del progetto attraverso fotografie dei laboratori e delle esposizioni realizzate.

Un vivo ringraziamento a tutti coloro che hanno partecipato alla realizzazione di questo progetto ed in particolare ai nostri partner che hanno creduto nel progetto ed hanno lavorato con impegno e dedizione, superando le inevitabili difficoltà, per il raggiungimento degli scopi prefissati.

Fabiana Mariani
MiMa Managing coordinator
P3 Poliedra Progetti in Partenariato

Introduzione: Il progetto *MiMa*

Background

L'idea per il progetto Mathematics in the Making (MiMa) è emersa dall'esperienza pratica di problemi comuni collegati all'insegnamento della matematica nelle scuole. È noto che l'attitudine negativa della maggioranza dei giovani studenti verso la matematica comincia già dalle prime classi. Inoltre, alcuni sistemi educativi europei registrano - in modo persistente - prestazioni insufficienti in matematica da parte dei loro studenti di 15 anni nel *Program for International Student Assessment* (PISA) dell'Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). Inoltre, oltre alle competenze numeriche, i giovani studenti non sono in grado di essere fluenti nella loro espressione verbale, nell'esprimere, parlando e scrivendo, concetti e catene di pensieri secondo uno schema logico.

Gli studenti tendono a percepire la matematica come un argomento troppo astratto per essere capito completamente e che richiede solo operazioni ripetitive e meccaniche che non hanno nulla a che vedere con la realtà. Inoltre, gli studenti – e anche i genitori - ritengono la matematica un argomento molto difficile che solo persone naturalmente "dotate" sono in grado di comprendere. Infatti, le ragioni addotte per spiegare l'alta percentuale di studenti (in alcune nazioni) che hanno ottenuto cattivi risultati nella sezione di matematica del Pisa test nel 2009 (OECD 2009) erano strettamente connesse con queste idee: la bassa capacità degli studenti nel pensiero critico accompagnato ad una tendenza ad applicare meccanicamente le regole matematiche; un'enorme difficoltà nel connettere le competenze matematiche con il risolvere problemi nelle situazioni di vita reale; un'inabilità a concettualizzare ed organizzare situazioni nella vita di tutti i giorni attraverso processi matematici; una capacità molto limitata di scrivere, dietro richiesta dell'insegnante; la spiegazione logica di un problema. Inoltre, gli aspetti emozionali dell'imparare la matematica giocano un ruolo importante. Le prime esperienze dei bambini sono cruciali, ma gli studenti sono troppo spesso ansiosi rispetto alla matematica ed alcuni modificano le loro scelte di apprendimento per evitarla.

Davanti alle sfide che questo contesto pone, il progetto *MiMa* nasce da un consorzio di partner, fra cui quattro università in Ungheria, Italia, Portogallo ed Inghilterra, aventi una rilevante esperienza nelle metodologie di insegnamento di tipo hands-on, e nella formazione degli insegnanti di matematica, e il

Matematikum, un museo tedesco con una vasta esperienza sullo sviluppo, progettazione e costruzione di exhibit matematici interattivi. Tutti i partner del progetto lavorano con studenti di matematica a vari livelli scolastici e credono che lavorare insieme ad un livello europeo, creando strumenti che raccolgono le loro migliori pratiche, possa contribuire enormemente a raggiungere lo scopo comune di preparare studenti e cittadini europei più preparati, più competitivi sul mercato e più attivi nella società.

È stato veramente emozionante ascoltare i bambini.
(Direttore della Formazione Insegnanti presso la Sheffield Hallam University, Inghilterra)

Lo scopo del progetto è quello di aiutare gli studenti di scuola primaria a sviluppare maggiormente interesse e competenza in matematica e di migliorare le loro abilità sociali e civili, contribuendo a far crescere le possibilità di successo degli studenti, sia nella scuola che nella vita. Infatti, sentirsi capaci di capire un argomento generalmente considerato molto difficile produce, oltre a migliori risultati nei test, una più alta autostima relativamente alle proprie potenzialità di apprendimento e quindi una accresciuta possibilità di continuare a studiare matematica nel futuro.

Con questi scopi, il progetto *MiMa* ha costruito un esempio di un approccio innovativo che può migliorare le attitudini, far crescere il livello dei traguardi raggiunti e aprire nuove possibilità di apprendimento (Commission of the European Communities 2008, par 2.8).

La metodologia e le attività *MiMa*

Il nostro lavoro è cominciato con il costruire una nuova metodologia di insegnamento basata su un approccio concreto alla matematica, creando strumenti che hanno raccolto le migliori pratiche ed esperienze di tutti i paesi partner. I partner insieme hanno scelto dieci attività hands-on e, per ognuna di esse, hanno sviluppato una proposta didattica, includendo varie possiblità per i bambini di realizzare materiali da poter mostrare in un'esposizione pubblica. Per supportare gli insegnanti nell'uso di queste proposte, è stato preparato un ricco e completo Toolkit (disponibile in Inglese, Italiano, Ungherese, Portoghese e Tedesco in http://www.mathematicsinthemaking.eu/) con tutte le informazioni, gli schemi ed i disegni e tutto il necessario per permettere agli insegnanti ed ai bambini di replicare gli oggetti e le attività contenute nelle

proposte, e di esplorare gli argomenti matematici e i link multidisciplinari correlati; inoltre, i partner *MiMa* hanno realizzato un breve video per ognuna delle attività, mostrando e spiegando alcuni aspetti di ogni proposta.

L'attività *Esperimenti con i dadi* introduce ai bambini le prime idee sulla probabilità, e li fa familiarizzare con il significato delle parole probabile ed improbabile in relazione ai risultati ottenuti lanciando dadi regolari, appesantiti o speciali.

Nell'attività *Labirinti Logici* i bambini costruiscono i loro propri labirinti, immaginando e definendo le regole da seguire per trovare il percorso corretto.

Le attività *Molti triangoli colorati e Fregi* permettono ai bambini di esplorare alcuni aspetti di geometria piana. *Molti triangoli colorati* usa triangoli equilateri da connettere in vari modi per ottenere nuove figure, come rombi, trapezi, parallelogrammi ed esagoni regolari. Ancora, i bambini possono modificare i triangoli per ottenere belle tassellazioni del piano ispirate al lavoro di Escher. *Fregi* aiuta ad approfondire la comprensione delle isometrie piane (traslazione, rotazione, riflessione e glissoriflessione): i bambini imparano come usarle per realizzare bei fregi partendo da un profilo dato ed applicando isometrie planari regolarmente in successione.

Un pallone da calcio matematico lavora con i poliedri, partendo da quelli platonici, fino alla complessa struttura di un pallone da calcio, che è un icosaedro troncato, che i bambini possono realizzare in cartoncino. Nell'attività *La Matematica dell'Alveare* le proprietà geometriche dell'alveare diventano chiare lavorando per fare (in cartoncino colorato) modelli di cubi ottenuti come unione di sei piramidi, di dodecaedri rombici e delle celle delle api. *Esplorando cuboidi* lavora sulla relazione fra cuboidi 3-dimensionali e le loro rappresentazioni 2-dimensionali; si esplorano i possibili cammini sui lati di un cuboide attraverso l'uso di un semplice gioco virtuale.

Alcune attività richiedono di lavorare all'aperto. *Un sentiero matematico* guida i bambini ad osservare gli aspetti matematici – nella natura, nell'architettura, negli oggetti di tutti i giorni intorno a loro – che possono essere trovati in una determinata località, ad esempio nei dintorni della scuola. I bambini useranno le loro scoperte per organizzare un percorso per stimolare altri a condividere le loro osservazioni. L'attività *Un modello di Sistema Solare* guida i bambini a realizzare un grande modello del sistema solare all'aperto; la sfida principale di questa attività è di ridurre correttamente in scala le dimensioni del sole e dei pianeti e le loro rispettive distanze gli uni dagli

altri. Infine, *Meridiane* insegna ai bambini a capire come usare l'ombra del sole per conoscere il tempo, realizzando ed usando vari tipi di meridiane.

Il lavoro con gli insegnanti

Il secondo momento è stato quello di offrire opportunità di sviluppo professionale per gli insegnanti per supportarli nell'organizzare laboratori matematici basati sulle attività *MiMa*. In questi corsi dedicati, attraverso la comprensione dei principi guida della metodologia interattiva ed hands-on applicata nei laboratori e sperimentando le attività *MiMa* essi stessi, gli insegnanti hanno avuto l'opportunità di arricchire e migliorare le loro metodologie di insegnamento e di riflettere su come applicare i principi *MiMa* con le loro classi per far crescere il coinvolgimento dei bambini in matematica e aiutarli a sviluppare una più positiva attitudine verso tale disciplina.

Il lavoro con i bambini

Il terzo momento è stato quello in cui gli insegnanti hanno portato i laboratori in classe, con studenti fra 8 e 10 anni, incoraggiando la creatività, la cooperazione ed il lavoro di gruppo fra gli studenti, con il chiaro scopo di realizzare gli oggetti e le attività *MiMa* da mostrare in un'esposizione pubblica in cui i bambini avrebbero guidato i visitatori, spiegando i loro exhibit. In questo modo, i bambini devono pensare alla matematica in un modo nuovo e prepararsi ad assumersi la responsabilità di spiegare gli exhibit e il loro contenuto matematico. Questo migliora la loro auto-confidenza nel loro potenziale di apprendimento e nella loro capacità di avvicinarsi in modo efficace ai concetti matematici, comprendendoli.

Le esposizioni *MiMa* sono il momento finale del progetto. Sono state organizzate in vari modi nei vari paesi partner. Quello che è stato comune fra tutti gli eventi è stato che gli insegnanti partecipanti hanno fatto una esposizione pubblica, piccola o grande secondo le possibilità locali, coinvolgendo gli studenti nell'organizzazione dell'evento. Avendo studiato gli aspetti matematici collegati agli oggetti che hanno creato, i bambini sono diventati le guide matematiche per i visitatori. In questo modo, i bambini hanno avuto l'opportunità di sentirsi orgogliosi della "loro" matematica, spesso davanti ai genitori e parenti, e di diventare protagonisti essi stessi dell'evento. Il coinvolgimento diretto degli studenti nell'organizzazione e nella spiegazione al pubblico dei prodotti matematici da loro creati è utile per sviluppare ulteriormente le loro competenze complessive, come le abilità di linguaggio, il pensiero critico ed un senso di responsabilità e coinvolgimento civile.

Riflessioni

In un modo naturale, le attvità *MiMa* hanno creato dei network locali fra gli insegnanti partecipanti, che hanno cooperato e condiviso le loro attività con entusiasmo. Si spera che continueranno a rimanere in contatto anche dopo la fine del progetto.

Dal progetto sono nati anche contatti internazionali, con i bambini che hanno corrisposto oltre i confini nazionali, permettendo loro di cominciare a familiarizzarsi con l'idea di Europa e di lavorare insieme ad altri bambini europei nello stesso progetto. Inoltre, i video *MiMa*, in cui i partner hanno parlato nelle loro varie lingue, ma tutti dotati di semplici sottotitoli in Inglese, hanno dato ai bambini un'opportunità di provare a decifrare linguaggi differenti, sentendosi a loro agio nel provare a usarli per comunicare.

Inoltre, lo studio della matematica ha guadagnato una molto maggiore visibilità nelle nostre comunità locali grazie alle esposizioni *MiMa*.

Grazie per avermi invitato ieri all'evento.
L'ho veramente apprezzato.
Vi prego di porgere i miei ringraziamente anche a tutti
i bambini che hanno condiviso il loro grande lavoro
con me: hanno fatto un lavoro fantastico!
(Direttore del Centro di Ricerca per l'Istruzione e l'Inclusione
presso la Sheffield Hallam University, Inghilterra)

L'aspetto comune di tutte le attività *MiMa* è stato l'entusiasmo: gli insegnanti sono stati elettrizzati nel trovare nuovi modi per coinvolgere i loro bambini, e i bambini hanno molto apprezzato lo studiare e il lavorare per preparare i materiali e per essere le guide durante le esposizioni. I visitatori, soprattutto i parenti dei bambini, sono stati sorpresi da questo innovativo modo di insegnare, e interessati e soddisfatti nel vedere i bambini così seriamente ed allegramente coinvolti nell'apprendere.

E noi, i partner *MiMa*, siamo orgogliosi e soddisfatti per i commenti molto positivi che abbiamo ricevuto da insegnanti, bambini, famiglie e pubblico.

Referenze

Commission of the European Communities (2008) *Communication from the Commission to the European Parliament, the Council, the European Economic and Social Committee and the Committee of the Regions - Improving competences for the 21st Century: an Agenda for European Cooperation on Schools* {SEC(2008) 2177} http://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/?uri=celex:52008DC0425

Organisation for Economic Co-operation and Development (2009) PISA 2009 Key Findings http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/pisa2009keyfindings.htm

Capitolo 1: Perché *MiMa*?

Dalla *mano* al *cuore* alla *testa*

I bambini sono curiosi per natura, interessati in molte cose e sperimentano e capiscono cose nuove con piacere. Queste attività sono eccezionalmente ben supportate dalle attività hands-on che a loro volta promuovono un apprendimento reale, e portano a possedere realmente la conoscenza.

L'approccio all'apprendimento della matematica racchiuso nella metodologia *MiMa* è *Dalla mano al cuore alla testa*, un modo di concettualizzare l'apprendimento che si rifà per primo al lavoro dell'educatore svizzero Johann Heinrich Pestalozzi (1801). Nel suo modo di pensare sull'apprendimento, la conoscenza è guadagnata in modo sostenibile fornendo dapprima delle attività di tipo hands-on per porre le fondamenta per la comprensione. Tali attività incoraggiano gioia e motivazione, in modo tale che le nuove esperienze entrano nel cuore. In questo modo la nuova conoscenza trova infine il suo cammino verso il cervello del bambino che apprende. Imparare dai sensi è ritenuto centrale da Pestalozzi, che credeva che un tale modo di apprendimento è moralmente buono e arricchente e anche utile e istruttivo per la vita. Egli valorizzava l'apprendimento di gruppo che rispetta i tempi di ognuno, ed è di tipo hands-on, con i bambini che lavorano insieme e si supportano a vicenda nell'apprendere. La metodologia *MiMa* origina da tali modi di lavorare e li supporta.

Un modello di cognizione

Come un tale approccio supporti la cognizione è sviluppato nel lavoro di Jerome Bruner (1966). Egli raccomanda di insegnare in tre passaggi, che corrispondono allo sviluppo della comprensione da un livello *enattivo* ad un livello *iconico* e poi ad un livello *simbolico*. Le attività hands-on forniscono un primo stadio di un approccio enattivo verso nuove conoscenze o nuove capacità: i bambini fanno esperienze concrete per capire. Dopo una sufficiente esperienza pratica, è possibile un livello iconico (pittorico, rappresentativo) che comporta il pensare rispetto all'esperienza concreta e cominciare ad astrarre da essa. I bambini sono capaci di usare rappresentazioni grafiche o mentali. Entrambi questi stadi son vitali nello sviluppo dell'apprendimento e sono prerequisiti per lo stadio finale nel quale i bambini possono agire strategicamente al livello simbolico e creare, capire ed usare sistemi di simboli. Per approfondire o analizzare la loro conoscenza, o risolvere incertezze,

i bambini possono tornare indietro alle loro esperienze hands-on per aiuto. Queste rimangono come metafore nella mente per supportare il pensiero simbolico. Le attività hands-on *MiMa* permettono ai bambini di comprendere la matematica con le loro mani e di costruire conoscenza affidabile per pensare in modo iconico e simbolico, sia contemporaneamente alle attività che in seguito.

Inoltre, imparare con attività hands-on aiuta i bambini a usare e sviluppare ulteriormente il loro pensiero visuale. Questo è fondamentale per l'astrazione: ad esempio, per passare dall'oggetto 3-dimensionale ai disegni e ai simboli 2-dimensionali. Le attività *MiMa* incoraggiano i bambini ad imparare a guardare al mondo con occhio matematico, facendosi domande e scoprendo le caratteristiche geometriche e matematiche in qualunque cosa incontrino. Questo sviluppa la costruzione del significato, che è vitale per lo sviluppo dell'apprendimento matematico.

Imparare insieme

Nella metodologia *MiMa* è centrale l'importanza che i bambini imparino lavorando insieme. Buoni principi per sviluppare un lavoro di gruppo nelle classi di scuola primaria (TRLP, 2005) sono:

- enfatizzare la sensibilità, la fiducia, l'inclusione ed il rispetto reciproco fra i membri del gruppo;
- organizzare sistemazioni opportune degli arredi della classe in modo da supportare il lavoro di gruppo;
- fornire attività che giustifichino il lavoro di gruppo e che assicurino che i bambini parlino fra loro.

Questi principi sono coerenti con la metodologia *MiMa* e con le attività proposte nel *Toolkit*. Il lavoro di gruppo basato su questi principi apre spazio al dialogo ed all'insegnamento dialogico. Questo accade perché l'insegnamento è *collettivo*, con i bambini che lavorano su compiti comuni insieme, *reciproco*, con gli studenti che ascoltano anche le idee degli altri ed esplorano punti di vista alternativi e *di supporto*, con gli studenti che si sentono liberi di esprimere le loro idee senza la preoccupazione di "sbagliare" e che lavorano insieme per raggiungere una comprensione condivisa (Alexander, 2008).

Come gli insegnanti sanno bene, gli errori e gli equivoci sono naturali e possono essere usati come strumento per far pensare i bambini, e farli discutere

su un dato argomento. I bambini, durante il loro lavoro e la loro discussione, possono essere incoraggiati a fare domande e congetture, giuste o sbagliate che siano. L'insegnante può guidare i bambini a correggere le loro congetture errate, per esempio, sperimentando le loro idee scorrette sugli oggetti concreti che stanno realizzando. Inoltre, il fatto di testare le idee, giuste o sbagliate, è un modo per introdurre i bambini al metodo scientifico.

Questo apprendimento collaborativo non preclude momenti di quieta riflessione. Questi possono facilmente capitare quando i bambini sono impegnati loro stessi nelle attività pratiche o quando stanno decidendo come prendere nota del loro pensiero o anche durante la fase di problem-solving. Il lavoro di gruppo spesso può comportare una fase iniziale di condivisione di idee su come interpretare un compito o un problema matematico, seguita da una fase di pensiero quieto e indipendente, dopo il quale si torna insieme nel gruppo per condividere le idee.

Avevamo una riunione del consiglio oggi, così era difficile partecipare. Io me la sono svignata dalla riunione per vedere questo evento. Veramente volevo venire siccome sapevo che i bambini e gli insegnanti avevano lavorato tanto per questo. Veramente grande!
(Consigliere comunale, che è anche dirigente scolastico in una delle scuole inglesi)

Le teorie di Lev Vygotsky sottolineano il ruolo fondamentale dell'interazione sociale nello sviluppo della cognizione, a partire dalle interazioni sociali che scaturiscono dall'insegnamento guidato nella zona di sviluppo prossimale, mentre i bambini e i loro partner costruiscono insieme conoscenza (1962; 1978). Le attività *MiMa* offriranno ricche opportunità per l'insegnante per supportare i bambini nel loro apprendere insieme. L'organizzazione delle attività *MiMa* offrirà tempo e spazio estesi in cui i bambini potranno lavorare insieme (compreso il momento di interazione con altre persone durante l'esposizione finale), costruendo in questo modo un ambiente sociale di apprendimento.

Spiegare ad altri

Una parte della metodologia *MiMa* consiste nel fatto che i bambini presenteranno e spiegheranno il loro lavoro ad altri – altri bambini, i loro genitori e i membri di una comunità più ampia – attraverso esposizioni del loro lavoro. Prima che gli studenti siano capaci di presentare e spiegare quello che hanno realizzato, è necessario che sia stato raggiunto un certo livello di maturità nella loro comprensione. Entro la fine delle attività del progetto, gli studenti dovrebbero essere capaci di spiegare i loro ragionamenti e come hanno risolto un dato problema. Questo è molto importante per lo sviluppo del loro apprendimento. Alcune domande non nascono finché il ragionamento è stato spiegato a qualcun altro, Solo allora tali domande ottengono risposta, e sono pienamente comprese.

Le attività hands-on offrono ai bambini un modo per imparare come risolvere i problemi ad un livello molto pratico, che può essere la base per riflettere sulle strategie che sono state usate. L'esperienza mostra che gli esperimenti hands-on sono accompagnati da molta comunicazione, che fornisce una base per la metacognizione. Attraverso la riflessione sul loro proprio processo di apprendimento e sulle strategie usate, i bambini arrivano a conoscere i possibili modi per risolvere un problema matematico, che trasferiranno poi a situazioni di apprendimento future. Tali esperienze metacognitive possono aiutare a ristrutturare il proprio pensiero, e supportare la comprensione di nuovi contenuti da imparare.

Apprendimento democratico

La costruzione stessa della conoscenza non è puramente cognitiva ed individuale, ma naturalmente formata dal modo in cui viene acquisita. Differenti pedagogie non solo permettono a coloro che apprendono di acquisire più o meno conoscenze in un modo più o meno efficace, ma anche danno forma alla natura della conoscenza prodotta (Povey & Burton, 2004). Con l'apprendimento democratico – un approccio attivo, coinvolgente, costruttore di significato – la conoscenza acquisita è condivisa, aperta e consensuale.

Il nuovo curriculum nazionale è così stretto
e così focalizzato sui numeri.
Le attività *MiMa* sono una grande opportunità per mostrare
ai bambini che c'è tanto altro in matematica.
(Insegnante inglese)

La metodologia *MiMa* supporta l'apprendimento democratico nelle classi di matematica. Attività hands-on di tipo pratico sviluppate in gruppi di allievi incoraggiano la creatività dei bambini, che stanno contemporaneamente costruendo cose e costruendo conoscenza. Questo a sua volta li incoraggia a non pensare a se stessi come passivi ricevitori di conoscenza, ma come attivi costruttori della loro stessa conoscenza. Da ciò, sviluppano un senso di autorità epistemologica, costruendo autostima e senso di auto-valore. Questa non è un'esperienza che venga di solito offerta, nelle scuole, agli studenti deboli e a quelli che vengono da ambienti socio-economici svantaggiati. Seguendo John Dewey (1949), *MiMa* supporta un coinvolgemento attivo e sperimentale nell'apprendimento basato sull'indagine, con i bambini che sviluppano ed organizzano le attività, essendo attori e non spettatori nel loro apprendimento, in accordo con un modo democratico di vivere.

Traguardi per tutti

La metodologia *MiMa* offre spunti per tutti i livelli di traguardi. Le attività sono abbastanza ricche da catturare l'attenzione sia di coloro che prima hanno avuto problemi in matematica, che di quelli i cui risultati precedenti sono stati ottimi. Infatti, lo sviluppo di questo ultimo gruppo sarà particolarmente supportato dalle opportunità di problem solving creativo e dalle sfide che le attività forniscono, in contrasto con gli studi più routinari che possono aver sperimentato in precedenza.

Referenze

Alexander, Robin. (2008). *Towards Dialogic Teaching: Rethinking classroom talk* (4th ed.) York, Dialogos.

Bruner, Jerome Seymour. (1966). *Toward a Theory of Instruction*. Cambridge, Ma., Harvard University Press.

Dewey, John. (1949). *Democracy and education: An introduction to the philosophy of education*. New York, Free Press.

Pestalozzi, Johann. (1801/1894). *How Gertrude Teaches her Children.* London, Swann Sonnenschein.

Povey, Hilary and Burton, Leone with Angier, Corinne and Boylan, Mark. (2004) Learners as authors in the mathematics classroom. In L. Burton (ed) *Learning Mathematics, from Hierarchies to Networks*, 232-245, London, Falmer, 1999, reprinted in B. Allen and S. Johnston-Wilder (eds) *Mathematics Education: Exploring the Culture of Learning*. London, RoutledgeFalmer.

Teaching and Learning Research Programme. (2005). *Improving pupil group work in classrooms: A new approach to increasing engagement and learning in everyday classroom settings in key stages 1, 2 and 3* No. Research Briefing No11). London, Teaching and Learning Research Programme.

Vygotsky, Lev. (1962). *Thought and Language*. Cambridge, Ma., The MIT Press.

Vygotsky, Lev. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, Ma., Harvard University Press.

**I bambini hanno cominciato a pensare in relazioni:
"10 anni, sono nato nel 2005, ora è il 2015.
Questo significa, che io sarei stato in cammino
verso il sole per tutta la mia vita!"
*(Insegnante tedesco)***

**Non puoi andare da nessuna parte con i bambini
senza che dicano "guarda, questo è un quadrato"
e "guarda, questo è simmetrico"
*(Insegnante tedesco)***

**Alla fine della classe quarta, di solito la curva
delle prestazioni dei bambini cade, per la pressione
delle raccomandazioni per la scuola secondaria.
L'attività *MiMa* è stata grande per motivare,
distrarre ed attivare i bambini.
*(Insegnante tedesco)***

Capitolo 2: Organizzazione dell'educazione matematica primaria nei paesi dei partner *MiMa*

Inghilterra

In Inghilterra i bambini cominciano la scuola primaria all'età di 4 o 5 anni e in generale ricevono un insegnamento matematico con il gruppo di coetanei. È comune nelle scuole primarie inglesi raggruppare i bambini sulla base dei loro risultati (Marks 2013). I bambini con bisogni educativi speciali sono per lo più inseriti in classi comuni, spesso supportati o completamente affidati ad insegnanti di sostegno. Alla fine del Key Stage (anni 11) i bambini affrontano i test nazionali in matematica. Questi test ad alto livello possono portare ad un curriculum ristretto, con un'enfasi nel preparare i bambini ai test invece che nello sviluppare la comprensione e le abilità matematiche (ACME 2014).

Il curriculum regolamentare per la matematica per i bambini della scuola primaria (età 5 -11) per la maggior parte delle scuole finanziate dallo stato è definito nel *National Curriculum and assessment arrangements* introdotto nel *Education Reform Act* del 1988. Questi atti hanno avuto varie revisioni, la più recente nel 2013 (DfE 2013). Le scuole libere e le accademie non sono obbligate a seguire il curriculum anche se nella maggior parte dei casi lo fanno. Si richiede agli insegnanti di porre alte aspettative a tutti i bambini, riconoscendo i bisogni individuali e rimuovendo le barriere per il raggiungimento dei traguardi. Il National Curriculum corrente richiede agli insegnanti anche di sviluppare, nei bambini, fluenza, competenza matematica e ragionamento matematico attraverso tutti gli argomenti del curriculum. Il curriculum matematico tende ad assicurare che i bambini diventino fluenti nei fondamenti della matematica, siano capaci di ragionare matematicamente e di risolvere problemi (DfE 2013, p 99). Il curriculum matematico è stato supportato dalle National Strategies fra il 1997 e il 2010; in matematica questo ha fornito una guida dettagliata e uno sviluppo professionale per gli insegnanti. La documentazione, sia regolamentare che non, e l'aumento delle strutture di controllo sembrano aver limitato la libertà degli insegnanti nel lavorare in modo collaborativo per sviluppare un curriculum appropriato per l'età a cui insegnano (ACME 2006).

Ai bambini di dieci anni vengono insegnati i numeri (numeri e valore posizionale, addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione, frazioni, inclusi decimali e percentuali) affinché lavorino con numeri grandi, sviluppino connessioni e

risolvano problemi progressivamente sempre più complessi; inoltre misure, geometria (proprietà delle forme, posizione e direzione), statistica.

Germania

La scuola primaria in Germania comincia all'età di sei anni e dura quattro anni. Poi i bambini vanno ad una scuola secondaria, il cui tipo dipende dal loro livello di risultati.

Già prima di andare a scuola, molti bambini acquisiscono competenze e concetti matematici di base in modo giocoso con l'aiuto di materiali didattici nella scuola dell'infanzia. Anche se ci sono linee guida regionali per l'educazione prescuola, non ci sono regolamenti specifici su cosa i bambini debbano apprendere nella scuola dell'infanzia. Questo porta al fatto che la pre-conoscenza dei bambini in matematica (e anche in altri argomenti) può essere molto varia all'inizio della scuola.

Tradizionalmente, l'obiettivo principale per l'educazione primaria in matematica in Germania era quella di insegnare ai bambini a calcolare con numeri fino ad un milione. L'enfasi era sull'aritmetica, mentre altri argomenti ricevevano spesso un'attenzione minore. Con il tempo, il focus è cambiato, e altri argomenti come la geometria sono stati inclusi nel curriculum.

Dal 2005, sono stati applicati nelle scuole tedesche gli Standard per l'Educazione (Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich). Si tratta di linee guida per l'educazione dalla scuola primaria alla scuola superiore. Gli standard per la scuola primaria definiscono i contenuti e le competenze che i bambini dovrebbero raggiungere entro la fine del secondo e del quarto anno. Forniscono un'orientazione al prodotto, sotto l'influenza di studi come TIMSS e PISA.

Entro la fine della scuola primaria, i bambini dovrebbero avere competenze generali nel comunicare, argomentare, illustrare, fare modelli e risolvere problemi e competenze sostanziali, nel campo dei numeri e delle operazioni, in statistica e probabilità, spazio e forma, grandezza e misure e schemi e strutture. Gli Standard per l'Educazione, che si applicano in tutte le sedici province tedesche, forniscono una buona base per lo sviluppo delle competenze dei bambini. Ciò nonostante, ogni Ministero per l'Educazione e gli Affari Culturali di ogni provincia è responsabile per gli argomenti ed i contenuti da studiare nella propria provincia e le singole scuole debbono sviluppare un curriculum scolastico basato sugli standard nazionali.

L'apprendimento hands-on è stato parte dell'educazione matematica nella scuola primaria per varie decadi, ed è ancora sviluppato. Partendo da oggetti e facendo esperienza di apprendimento attraverso le azioni, migliorando la loro conoscenza in un modo giocoso, i bambini sono supportati individualmente e gli insegnanti possono comunicare con loro al loro personale livello di apprendimento.

Non solo si mette in pratica l'aritmetica di base attraverso un uso continuo di attività hands-on, ma anche in altre aree vengono usati vari materiali ed esperimenti per supportare i bambini nello sviluppare i concetti di base e permettere una più profonda. Inoltre le attività hands-on sono utilizzate per sviluppare le competenze generali dei bambini nel comunicare e nel problem solving.

Attività come queste dovrebbero essere fatte molto più spesso!
(Genitore tedesco)

Con il suo significativo livello di attività hands-on nelle lezioni, la scuola primaria è un modello per la scuola secondaria. A malapena ogni altro tipo di scuola in Germania è così sviluppata e utilizza un approccio olistico e l'apprendimento per scoperta così seriamente. Non è facile analizzare come la teoria e la pratica siano coerenti in ogni scuola. Comunque, gli accademici, i politici e gli insegnanti sono fortemente interessati nel continuare ad implementare attività hands-on nelle scuole.

Ungheria

L'educazione primaria in Ungheria consiste in due gradi, la vera scuola primaria e la scuola secondaria inferiore. I bambini dapprima vanno a scuola primaria dai 6 ai 10 anni, e la maggior parte di essi continua nella stessa scuola dal quinto all'ottavo anno; in questi ulteriori anni le materie sono insegnate da insegnanti disciplinari; la maggior parte delle scuole ungheresi sono pubbliche, ma ci sono anche molte scuole private e religiose.

Un curriculum essenziale è stato imposto dal Ministero dell'Educazione (Dobos, Ocskó and Vásárhelyi 2001). Le scuole possono anche specificare il loro proprio curriculum basato sul curriculum essenziale. Gli argomenti delle scuole primarie includono matematica, lingua, studi sull'ambiente (coinvolgendo sia l'ambiente naturale che sociale), canto, disegno, educazione fisica

e tecnologia informatica; a questi si possono aggiungere pochi altri argomenti come musica, lingua straniera o scacchi. Le classi di scuola primaria usualmente hanno due insegnanti, uno che insegna matematica e alcune altre materie in funzione delle circostanze, l'altro lingua e tutto il resto delle materie. Le lezioni obbligatorie per le classi possono essere sia al mattino che al pomeriggio; i bambini passano tutta la giornata a scuola dalle 8 alle 16 (anche pranzandovi). In alcune scuole comunque i bambini vanno solo di mattina, mentre il pranzo e le sessioni pomeridiane sono opzionali. La scelta dipende dalle possibilità locali e dalle scelte dei genitori.

Il curriculum di matematica è uniforme nell'intero sistema di educazione pubblica. Può essere diviso in cinque aree principali: funzioni (analisi), competenze numeriche (algebra, teoria dei numeri, aritmetica), geometria, probabilità e combinatoria: l'intero curriculum è intrecciato con la logica e la teoria degli insiemi. Tradizionalmente la scuola primaria insegnava a contare e misurare. Questo è stato sostituito, nel 1970, da "matematica" come risultato del lavoro di Tamás Varga. Anche se una delle influenze di Varga è stata la "nuova matematica", la nuova metodologia ungherese era anche in totale contrasto con la natura formale della nuova matematica. La matematica di Varga è costruita sull'esperienza, sui giochi e sulla sperimentazione. Da allora, ci sono stati molti cambiamenti. Il concetto di base rimane, ma la qualità dell'implementazione varia moltissimo. Ciò dipende dalla scuola, ma ancor di più dall'insegnante.

Nella classe quarta (a 10 anni) i bambini prendono parte ad una Valutazione Nazionale delle Competenze di Base in Matematica. L'Atto della Educazione Nazionale Pubblica ha introdotto un sistema di ispezione a tre livelli nel 2011.

Italia

In Italia i bambini entrano alla scuola primaria a 6 anni (con qualche eccezione: sotto certe condizioni possono cominciare a cinque anni e mezzo). La scuola primaria dura cinque anni. Nel secondo e quinto anno i bambini prendono parte a test nazionali, gestiti dall'Invalsi (http://www.invalsi.it). C'è una preoccupazione crescente sul fatto che la pressione sulle scuole per avere buoni risultati in questi test distorca il curriculum. Il quadro per la pianificazione del curriculum da parte delle scuole è dato dalle Indicazioni Nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione (Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca 2012). Queste sottolineano come la matematica sviluppa le abilità di trovare le strette relazioni fra "pensare" e "fare", offrendo

in questo modo gli strumenti per capire la realtà intorno a noi. In particolare, le Indicazioni sottolineano come sia utile per la comprensione scientifica del mondo, e per imparare a comunicare e discutere correttamente. Un'enfasi particolare è messa sul fatto che per insegnare matematica (e scienza in generale) è fondamentale un approccio di tipo laboratoriale; in questo contesto, laboratorio significa sia un luogo fisico con strumenti ed exhibit sia anche il momento in cui i bambini lavorano attivamente, proponendo ipotesi, verificandone le conseguenze, discutendo e sviluppando la loro stessa conoscenza. Si suggerisce anche la possibilità di insegnare attraverso il gioco.

La pratica matematica è riconosciuta come problem solving nel senso più vasto. Una enfasi particolare è posta sulla necessità di sviluppare una adeguata percezione della matematica, evitando di vederla come "un insieme di regole da memorizzare e applicare " (Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca, 2012, p. 52); ancora, sulla necessità di diventare consapevoli dell'utilità degli strumenti matematici per agire sul mondo reale. Purtroppo, questo è basato sull'osservazione che molti studenti italiani in realtà si fanno dalla scuola un'idea errata su cosa sia la matematica, e non si sentono in grado di padroneggiarla. L'approccio del Ministero è abbastanza innovativo per le scuole italiane, in cui tradizionalmente ci si aspettava che gli insegnanti insegnassero alla lavagna e i bambini ascoltassero e prendessero appunti; così il processo di passare ad un approccio laboratoriale è qualcosa che non può essere immediato, ma che richiederà tempo e sforzi.

Il curriculum prevede che i bambini sviluppino conoscenze e abilità su numeri, calcoli, figure nel piano e nello spazio (e capacità di usare strumenti di disegno e di misura), rappresentazione ed analisi di dati in tabelle e grafici, incertezza, problem solving ed analisi di possibili strategie per risolvere problemi, lettura e di testi matematici.

Portogallo

Il sistema educativo primario in Portogallo è composto da quattro anni: il primo fra 6 e 7 anni, il secondo fra 7 e 8 anni, il terzo fra 8 e 9 anni, il quarto fra 9 e 10 anni. È il primo ciclo del sistema dell'educazione di base. Per assicurare alti livelli in tale sistema primario di educazione, il Servizio di Ispezione Generale per l'Educazione e la Scienza è l'agenzia responsabile del suo controllo, ispezione e valutazione. L'agenzia propone e coopera a sviluppare misure che tendono a migliorare i risultati del sistema di educazione e, su scala più ristretta, ad assicurare supporto pedagogico ed amministrativo alle scuole. Inoltre, assicura la

partecipazione nelle strutture di ispezione delle scuole europee come rappresentante del Ministero Portoghese dell'Educazione e della Scienza.

Per quanto riguarda il curriculum ufficiale in matematica (che deve essere seguito da tutte le scuole, private o pubbliche), il proposito principale dell'insegnamento matematico è triplice: la struttura del ragionamento, l'analisi del mondo naturale e l'interpretazione della società. Il Curriculum di Matematica Portoghese ufficiale dice "L'apprendere e il gerarchizzare i concetti matematici, lo studio sistematico delle loro proprietà ed una chiara e precisa linea argomentativa giocano un ruolo fondamentale nello strutturare il ragionamento" (Programa e Metas Curriculares Matemática 2013). Sul mondo che ci circonda "La matematica è essenziale nel comprendere correttamente i fenomeni del mondo" siccome "la competenza negli strumenti matematici permetterà lo studio dei fenomeni". Infine, "il metodo matematico è il più importante strumento per l'analisi e la del funzionamento della società", in modo tale che "insegnare matematica contribuisce ad allenare ad una cittadinanza semplice, informata e responsabile".

I bambini sono stati entusiasti per il sentiero matematico e non riuscivano a smettere di inventare sfide per i loro compagni. Alcuni sono stati molto creativi (una fionda fatta con la corteccia)!
(Insegnante tedesco)

Per raggiungere i suddetti propositi, sono stati stabiliti i seguenti fondamentali obiettivi da ottenere dagli studenti: identificare concetti e oggetti, conoscere i risultati e riconoscerne intuitivamente la veridicità in esempi concreti, e capire le generalizzazioni. Ciò contribuirà ad ottenere gli scopi di acquisire conoscenza di fatti e procedure e di costruire e sviluppare il ragionamento matematico, e migliorerà, da parte degli studenti, la capacità di fare uso di una comunicazione matematica appropriata (orale e scritta), abilitandoli a risolvere problemi provenienti da diversi contesti e portandoli ad una concezione olistica della matematica.

Per quanto riguarda il curriculum ufficiale di matematica, gli argomenti coperti in questo ciclo di educazione saranno introdotti in modo graduale, prima a partire da una base sperimentale e concreta e poi muovendo verso una concezione più astratta. Per quanto riguarda i numeri e le operazioni,

gli studenti dovranno padroneggiare i quattro algoritmi corrispondenti alle operazioni di somma, sottrazione, moltiplicazione e divisione e essere abili nel calcolo mentale. Lo studio delle frazioni, introdotto durante il terzo anno, è un argomento-chiave coperto durante questo ciclo di educazione. In geometria e misura, vengono presentati i concetti di base come punti, punti collineari, direzioni, rette, semirette e segmenti, parallelismo e perpendicolarità, in modo tale che possono essere studiati anche oggetti più complessi, come poligoni, circonferenze, solidi ed angoli. Ci si dedica anche alla misura di angoli e segmenti, in modo tale che si possa stabilire una relazione fra la geometria e la misura. Infine, per quanto riguarda l'argomento del trattamento ed organizzazione dei dati, vengono illustrati vari processi di presentazione di dati, e viene introdotto il vocabolario di base della teoria degli insiemi.

La valutazione degli studenti è effettuata con regolarità dall'insegnante stesso durante il primo ciclo e culmina in un esame nazionale alla fine del quarto anno.

Referenze

ACME (2014) The maths curriculum http://www.acme-uk.org/media/20272/mathscurriculum.pdf

ACME (2006) Position Paper: Key issues for the future of primary mathematics learning and teaching http://www.acme-uk.org/media/6942/acme%20position%20paper%20on%20primary%20mathematics.pdf

DfE (2013) National Curriculum in England: Primary Curriculum https://www.gov.uk/government/collections/national-curriculum

Dobos, Ocskó & Vásárhelyi, 2001, Reference levels in School Mathematics Education in Europe, Presentation to the European Mathematical Society, March 2001. http://www.emis.de/data/projects/reference-levels/EMS_HUNGARY.pdf

Marks, R. (2013) "The Blue Table Means You Don't Have a Clue": The Persistence of Fixed-Ability Thinking and Practices in Primary Mathematics in English Schools, *FORUM*, 55 (1), pp. 31-44.

Ministry of Education, 2012, Indicazioni Nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione. http://www.indicazioninazionali.it/J/

Programa e Metas Curriculares Matemática, (2013) Direção Geral de Educação, Governo de Portugal, 2013, p. 2, Available at http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Basico/Metas/Matematica/programa_matematica_basico.pdf

**Mi piacerebbe unirmi al vostro progetto.
Sono convinto che il primo passo per imparare da parte dei bambini è l'azione tangibile e sono interessato in ogni iniziativa che si proponga di rinforzare questa tesi.**
(Professore ungherese presso un Istituto di Istruzione per Insegnanti)

Purtroppo non sono potuto venire alla riunione di giovedì e ora non posso neanche essere coinvolto nella creazione di un'esposizione. Ma scrivo perché il "sentiero matematico" continua a venirmi in mente di continuo.
(Insegnante ungherese)

Le attività hands-on hanno catturato l'attenzione degli studenti in difficoltà ed hanno dato loro la possibilità di capire l'argomento e di riuscire a farcela.
(Insegnante italiano)

Capitolo 3: I laboratori *MiMa*

Sommario

In tutto, ci sono stati novanta laboratori *MiMa* nei cinque paesi partecipanti, ed hanno coinvolto circa 40 scuole, più di 110 insegnanti e quasi 1600 studenti.Durante questa fase del progetto, tutte le dieci attività *MiMa* sono state implementate ed alcune attività (Fregi, Labirinti Logici, Sentiero matematico, Molti triangoli colorati e Modello di sistema solare) sono state affrontate in contemporanea in vari paesi diversi.

I Laboratori *MiMa* sono stati fruttuosi in vari modi sia per gli insegnanti che per i bambini. Gli insegnanti hanno sottolineato in particolare l'effetto della motivazione, sia in relazione alla loro stessa attività:

Il progetto MiMa è stato un punto di svolta nella mia attività di insegnante perché ha reso possibile un vasto assortimento di materiali e fornito possibili idee per lo sfruttamento del curriculum attraverso attività divertenti, in cui gli studenti creano la loro stessa conoscenza, portandoli a sviluppare il loro ragionamento matematico.

sia in relazione all'attitudine dei loro studenti:

Sono stato sorpreso dall'interesse e dalla volontà di partecipare mostrati da tutti gli studenti, specialmente da quelli che presentano le maggiori difficoltà di apprendimento in quest'area.

Le immagini che seguono mostrano l'entusiasmo degli studenti e il loro impegno nei compiti hands-on, caratteristiche queste che sono state comuni in tutto il progetto.

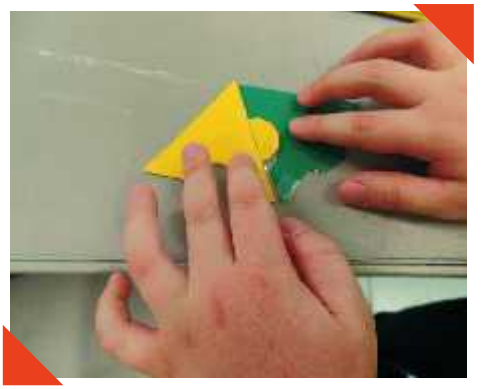
Esperimenti con i dadi

Esperimenti con i dadi
ha permesso molti giochi distinti

Labirinti logici

Un labirinto logico gigante. I bambini si sono divertiti a risolverlo

Molti triangoli colorati



Esplorando tassellazioni

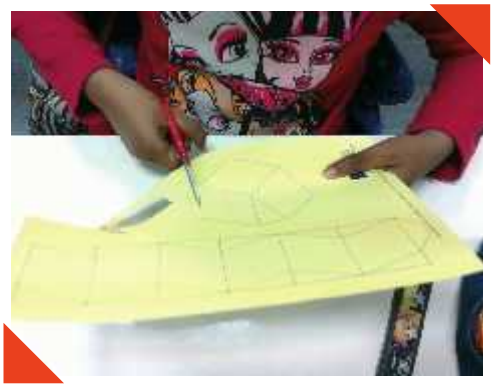
Fregi

Costruendo fregi

Un pallone da calcio matematico

Costruendo un pallone *MiMa*

La matematica dell'alveare



Costruendo l'alveare *MiMa*: fanno così anche le api?

Esplorando cuboidi

Esplorando il software Cuboidi

Sentiero matematico

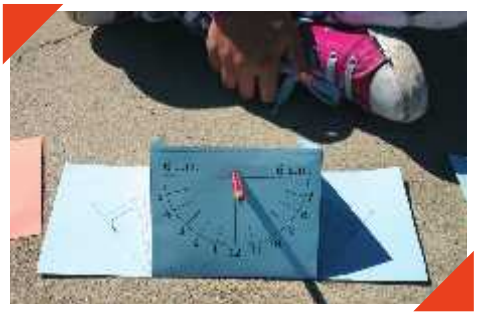
Il nostro sentiero matematico
ha visitato molti bei luoghi

Modello di sistema solare

Costruendo il sole

Meridiane

Come e perchè
funziona una meridiana?



Guardando l'ora su una meridiana
rialzata

Capitolo 4: Le esposizioni *MiMa*

Panoramica

L'evento clou del progetto *MiMa* sono state le esposizioni che si sono tenute nei cinque paesi partner. C'è stata una grande varietà da paese a paese nella presentazione dei risultati dei bambini, vale a dire nel formato delle esposizioni. Ci sono state alcune esposizioni nazionali con tutte le scuole insieme; alcune scuole hanno organizzato le loro proprie esposizioni e in alcuni casi sono stati realizzati separatamente entrambi i formati. Indipendentemente dalle differenze fra le particolari esposizioni, tutte hanno avuto una cosa in comune: i bambini sono diventati esperti ed hanno spiegato ai visitatori come hanno realizzato i loro oggetti in classe e la matematica nascosta in essi.

Il principale scopo del progetto *MiMa* è stato realizzato in tutti i paesi partner. I bambini hanno presentato i loro risultati con gioia, ed hanno parlato entusiasti sulle loro esperienze. Ognuno ha potuto vedere quanto lavoro ed impegno gli insegnanti hanno riversato nel progetto per dare ai loro studenti l'opportunità di presentare una bella esposizione. Così non è stata una sorpresa che, oltre ai bambini e ai loro insegnanti, anche molti genitori, fratelli e amici sono venuti a visitare le esposizioni per sentire le spiegazioni dei bambini.

Ecco qui alcune impressioni dalle varie esposizioni.

Inghilterra

La presentazione di un sentiero matematico

Palloni da calcio matematici colorati

Durante la soluzione di un puzzle logico

È stato molto più divertente che lavorare sul testo. Devi pensare veramente a quello che stai facendo – altrimenti lo faresti in modo sbagliato. È stata una cosa buona anche preparare il cervello funzionante prima di una lezione... In generale ho pensato che è stata una grande idea e raccomando che lo facciate, o ne parliate al vostro insegnante. (Studente inglese)

I bambini hanno apprezzato gli aspetti di problem solving dei labirinti logici. Hanno apprezzato il fatto di arrivare con i loro problemi personali, provando a farli più complessi possibile e poi condividerli con gli altri bambini. (Insegnante inglese)

Germania

Presentazione dei pianeti del nostro sistema solare

Molti triangoli colorati

Studenti che mostrano un alveare vero e il loro modello

Marie è una studentessa intelligente ed eloquente, ma la matematica è sempre stata la sua materia meno amata. Durante l'attività si è veramente appassionata alla geometria. Si è anche offerta come volontaria per presentare l'attività. E non è stata la sola. (Insegnante tedesco).

É stato affascinante vedere quello che abbiamo imparato come famiglia attraverso il progetto MiMa. L'universo e le distanze interplanetarie sono stati argomenti centrali durante la cena per giorni. (Madre tedesca)

Ungheria

Ultime preparazioni per i triangoli colorati

Presentazione delle varie tassellazioni

Un labirinto passo-passo
a misura d'uomo

È stato veramente istruttivo guardare i bambini al lavoro mentre organizzavano i problemi (compresi quelli sulla gestione dell'evento) e discutevano idee per le soluzioni. All'esposizione loro hanno "valutato" i lavori con intelligenza, e curato con molta attenzione i loro compiti. (Insegnante ungherese)

I bambini mi hanno chiesto di conservare il cartellone da gioco che abbiamo disegnato, e mi hanno chiesto di giocarci ancora. (Insegnante ungherese)

Italia

La bandiera Europea
fatta con celle
delle api

Isometrie a partire dalle attività sui fregi

Bambini che spiegano i loro labirinti logici

Durante l'attività, ho notato con molto piacere che quei bambini usualmente considerati "timidi" erano capaci di padroneggiare la situazione e di spiegare le varie fasi del lavoro con auto-confidenza e con il corretto vocabolario. (Insegnante italiano)

Portogallo

La meraviglia dei bambini davanti ai palloni da calcio matematici

Esplorando cuboidi
i leoni dei bambini

Mostrando le varie operazioni
sui fregi

I progetto MiMa è stata una svolta nella mia attività come insegnante perché ha fornito un'ampia scelta di materiali da usare e offerto chiavi per svolgere il curriculum attraverso attività divertenti, in cui gli studenti creano la loro stessa conoscenza, portandoli a sviluppare il loro ragionamento matematico. (Insegnante portoghese)

Insegnante, possiamo troncare altri solidi geometrici e scoprire altre figure? (Studente portoghese, classe quarta)

Un bambino di nome Francesco era così appassionato per le tassellazioni ed il lavoro di Escher che ha deciso di chiamarsi Frescher.
(Insegnante italiano)

Gli studenti hanno molto amato esplorare la geometria costruendo figure e solidi in pezzi poliedrali, specialmente uno studente con la sindrome di Asperger. Di solito lui non mostra nessun interesse in nessun tipo di attività, e non socializza con i suoi compagni, ma in questa particolare attività ha interagito con loro.
(Insegnante portoghese)

Capitolo 5: Sviluppi futuri

Abbiamo molti progetti per il futuro per il proseguimento del progetto *MiMa*, alcuni già chiaramente definiti, ed altri ancora simili a sogni. Noi, partner del progetto, abbiamo ottenuto moltissimo dalla nostra partecipazione al progetto stesso e siamo completamente decisi a continuare il nostro forte network informale – attraverso email personali e di gruppo, attraverso il nostro gruppo aperto Facebook e, speriamo, attraverso incontri di persona nei nostri vari paesi e ai convegni internazionali di didattica della matematica. Stiamo discutendo sulla possibilità di costruire un nuovo progetto che si fondi sulla forza di *MiMa* e sulla capacità di lavorare come team che abbiamo costruito, forse lavorando con discenti di altre età e collegandoci ad altri temi matematici, forse lavorando con gli insegnanti per migliorare e sviluppare la loro conoscenza di argomenti matematici.
Anche molti dei nostri insegnanti hanno fatto piani concreti per continuare *MiMa*. Alcuni vogliono estendere quello che hanno imparato ad altri bambini. Alcuni vogliono attivare le sessioni *MiMa* di sviluppo professionale per insegnanti delle scuole del circondario. Alcuni vogliono lavorare insieme per creare altre attività sullo stile di *MiMa*. Alcuni vogliono fare, dell'esibizione *MiMa*, un evento istituzionale del calendario annuale della scuola. Quello che hanno in comune è l'intenzione di continuare a lavorare con la metodologia *MiMa* con i loro bambini. Noi speriamo che alcuni dei partner riescano ad ottenere fondi per supportare la ricca gamma di queste attività di proseguimento a livello nazionale.
Infine – importante - il sito web del progetto *MiMa* continuerà a offrire un archivio liberamente accessibile per tutti i prodotti pubblicati del progetto. Fra questi, le linee guida che descrivono in dettaglio i principi pedagogici su cui il progetto è fondato; i materiali per il corso di aggiornamento per insegnanti; le newsletter e la rassegna stampa relative ai vari stadi del progetto; il Toolkit *Mima* che contiene dettagli sulle dieci attività, la matematica che I bambini incontreranno e su come realizzare le attività in classe; materiale di supporto pratico con i modelli e le istruzioni sulla matematica per gli insegnanti, dieci video-introduzioni alle attività; una versione elettronica della Pubblicazione Finale e una varietà di altri materiali. Ci saranno link ai siti di vari forum nazionali e speriamo molto di riuscire in questo modo a tenere vivo lo spirito *MiMa*.

Una studentessa ha mostrato grande interesse per l'attività sui fregi, che è stata una sfida molto importante per lei perché le ha permesso di completare compiti che l'hanno aiutata a superare il suo problema: la dislessia.
(Insegnante portoghese)

Da quando abbiamo cominciato l'attività Triangoli colorati gli studenti hanno cominciato ad usare un linguaggio matematico più rigoroso.
(Insegnante portoghese)

Divertente! Stiamo costruendo alveari con la matematica.
(Studente portoghese)

Non avevo notato prima che ci sono tante simmetrie intorno a noi. Pensavo che ci fossero solo negli specchi.
(Studente portoghese)

Capitolo 6: I partner *MiMa*

Università Eötvös Loránd, Ungheria

Fondata nel 1635, ELTE è la più grande università in Ungheria.

Il Centro per l'Educazione Matematica fa parte dell'Istituto di Matematica (guidato, qualche anno fa, da László Lovász).

Oltre alla preparazione degli insegnanti e ad altri corsi di matematica, facciamo anche ricerca. Gli argomenti di ricerca spaziano dalla ricerca di base in didattica della matematica alla coordinazione fra attività al computer e attività hands-on, dal migliorare l'efficienza dell'apprendimento scolastico per studenti provenienti da famiglie socio-economicamente svantaggiate alla storia della matematica in una prospettiva legata alla didattica della matematica. Il frutto della nostra ricerca viene presto spiegato ai nostri studenti nei corsi a scelta, e più tardi inserito nel curriculum di base.

Mathematikum, Germania

Il Mathematikum è il primo centro della scienza matematico al mondo, fondato nel 2002 dal Professor Albrecht Beutelspacher. Si trova a Giessen, una città di media estensione al centro della Germania.

L'esposizione contiene più di 170 esperimenti che permettono al visitatori di esplorare affascinanti effetti matematici. I visitatori possono provare a risolvere puzzle, possono riflettersi in vari esperimenti con specchi, possono costruire ponti e molto altro. Ci sono esperimenti connessi con tutte le aree della matematica e alcuni che sono anche collegati ad argomenti come la fisica, la musica e le arti.

**L'esposizione è stata sorprendente.
Anche i più piccoli hanno apprezzato
i nostri materiali. E stato "wow"!**
(Studente portoghese)

Queste attività hands-on e minds-on avvicinano alla matematica molte persone. I visitatori sono principalmente scolaresche (di ogni livello) e famiglie. Ma anche i matematici professionisti troveranno cose nuove e sorprendenti. Nel 2009 è stato aperto il Mini-Mathematikum come sezione speciale del Mathematikum. L'atmosfera confortevole invita i bambini (da 4 a 8 anni) a

scoprire la matematica a modo loro. Qui tutti gli esperimenti sono progettati per soddisfare i bisogni dei piccoli.

Oltre all'esposizione, il Mathematikum è coinvolto in vari progetti per portare la matematica al vasto pubblico, specialmente ai bambini e ai giovani.

In particolare, le varie esposizioni itineranti stanno portando la nuova immagine della matematica a moltissime persone.

P3 Poliedra Progetti in Partenariato, Italia

PP3 Poliedra in Progetti in Partenariato è il coordinatore gestionale del progetto MiMa. Costituito formalmente nel 2010, P3 associa professionisti con esperienza pluriennale nei seguenti ambiti: progettazione europea, gestione amministrativa e finanziaria, Project Cycle Management, progettazione partecipata e formazione. Tutte le socie di P3 sono coinvolte nel progetto MiMa; tre di loro sono certificate PMP® dal Project Management Institute.

Sheffield Hallam University, Inghilterra

Il Mathematics Education Centre presso la Sheffield Hallam University ha una reputazione internazionale nel suo campo e il nostro gruppo di lavoro porta una ricca esperienza nell'educazione matematica nel vasto panorama di attività che organizza. Queste includono corsi per l'istruzione iniziale agli insegnanti, lo sviluppo professionale degli insegnanti, progetti sullo sviluppo del curriculum, attività con studenti, insegnamento e supervisione a tutti i livelli (università, master e dottorato) e ricerca in didattica della matematica. Il nostro scopo è arricchire l'apprendimento della matematica e ispirare l'insegnamento creativo della matematica in tutto quello che facciamo.

Gli studenti hanno commentato che è diventato più facile capire il contenuto e per questo realizzeremo queste attività nel prossimo anno scolastico, compresi i Fregi.
(Insegnante portoghese)

Tre di noi del Mathematics Education Centre sono coinvolti nel progetto *MiMa*: Gill Adams (PHD), il cui interesse particolare sta nell'apprendimento professionale per insegnanti di matematica, Colin Jackson che sta facendo ricerca in argomenti di giustizia sociale nell'educazione matematica, e la Professoressa Hilary Povey che studia argomenti di equità nell'apprendimento

della matematica e che ha esperienze sostanziali sull'innovazione del curriculum in matematica. Il quarto membro del nostro gruppo è un insegnante praticante di scuola primaria, Jan Hedge.

Universidade Nova de Lisboa, Portogallo

Il Dipartimento di Matematica della Facoltà di Scienza e Tecnologia della Universidade NOVA di Lisbona, oltre al suo lavoro didattico, è profondamente impegnato ad aprirsi alla società, sviluppando e supportando varie iniziative di divulgazione.

**Con *MiMa* abbiamo imparato non solo la matematica.
Abbiamo imparato a lavorare in gruppo
e provare sempre ad andare avanti.
*(Classe portoghese)***

Il gruppo *MiMa*, Fátima Rodrigues, Gracinda Rita Guerreiro, Maria do Céu Soares, Nelson Chibeles Martins e Susana Baptista, sono Professori Ausiliari presso il Dipartimento di Matematica. Nel 2007, basandoci sulla nostra esperienza come insegnanti e divulgatori della matematica, abbiamo creato ClubeMath – un club matematico per studenti fra gli 11 e i 18 anni. Nel 2011 il club è stato esteso ammettendo studenti fra i 6 e i 18 anni. Presentando la matematica in un contesto giocoso attraverso attività ricreative ed hands-on come giochi, sfide e problemi da risolvere, ClubeMath vuole promuovere, negli studenti, l'apprendimento della matematica con piacere. Noi riteniamo che le attività hands-on usate a ClubeMath sono cruciali per trasferire la conoscenza matematica e possono essere applicate ad ogni livello di istruzione (compreso il livello universitario) permettendo di consolidare effettivamente la conoscenza.

**Un mio studente ha detto:
possiamo stare in classe a lavorare invece di andare
a giocare? Non ci sono altri progetti *MiMa*?
Potremmo farne altri all'ora di pranzo...
*(Insegnante portoghese)***

Il gruppo organizza anche attività matematiche giocose per le famiglie, che hanno la massima influenza sugli studenti e sviluppa una varietà di azione

dirette al di fuori della scuola (per esempio, riceve studenti di scuola in NOVA e tiene corsi per insegnanti). Siamo anche coinvolti in varie attività di divulgazione per la comunità esterna, come organizzazione di conferenze, esposizioni matematiche e sviluppo di giochi matematici.

Università degli Studi di Perugia, Italia

Il Dipartimento di Matematica e Informatica dell'Università di Perugia coopera con il piano nazionale PLS (Piano Lauree Scientifiche) per diffondere approcci nuovi e coinvolgenti alla didattica della matematica.

Il nucleo di queste attività è la Galleria di Matematica, un'esposizione permanente di oggetti matematici, completamente immaginata e realizzata sotto la direzione di Emanuela Ughi, nel Polo Museale Universitario di Casalina (Deruta – Perugia). Gli exhibit sono spesso realizzati con materiali molto semplici (come legno, plexiglass, fili di lana, cartoncino) e debbono essere toccati, mossi e disassemblati per condividere immagini geometriche mentali o per comunicare un'idea matematica o un teorema o un algoritmo.

La collezione della Galleria di Matematica continua a crescere con nuovi oggetti e proposte didattiche, coinvolgendo anche gli studenti universitari nel produrli. Per promuovere un tale approccio alla matematica "dal concreto all'astratto" la Galleria organizza molte attività didattiche collaterali: esposizioni itineranti, spettacoli, conferenze, corsi per insegnanti, libri e materiali didattici progettati specificamente per bambini con bisogni educativi speciali (non vedenti, sordi, discalculici, con problemi cognitivi).

MiMa

Mathematics in the Making

Lifelong Learning Programme

Il presente progetto è finanziato con il sostegno della Commissione europea. Gli autori sono i soli responsabili di questa pubblicazione e la Commissione declina ogni responsabilità sull'uso che potrà essere fatto delle informazioni in essa contenute.
Project n. 539872-LLP- 1-2013– 1-IT-COMENIUS-CMP

Partners

mathematikum

Sheffield Hallam University